

Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene, Teil A

Ferroelektrika

Versuch 2.5

Gruppe 14

W.Bender (walter.bender@rwth-aachen.de), J.Luckas (c.hihiro@gmx.de)

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel und Zweck des Versuchs:	2
2	Grundlagen	3
2.1	Ursachen der Polarisierung	3
2.1.1	Elektronenpolarisation	3
2.1.2	Ionenpolarisation	3
2.1.3	Orientierungspolarisation	3
2.2	Quantitative Beschreibung der Polarisierung	3
2.2.1	Polarisation mikroskopisch betrachtet	3
2.2.2	Herleitung der Polarisierung aus den Maxwellgleichungen	4
2.3	Ferroelektrika	5
2.3.1	Hysterese	5
2.4	Struktur des Bariumtitanats $BaTiO_3$	6
3	Versuchsaufbau	7
4	Versuchsdurchführung	8
5	Versuchsauswertung	9

1 Ziel und Zweck des Versuchs:

In diesem Versuch soll die Temperaturabhängigkeit des Ferroelektrikums Bariumtitanat $BaTiO_3$ untersucht werden. Dazu betrachtet man die charakteristischen Größen Dielektrizitätskonstante ϵ , spontane Polarisation P_{SP} , remanente Polarisation P_R und Koerzitivfeldstärke D_K und bestimmt ihr Verhalten für verschiedene Temperaturen T .

2 Grundlagen

2.1 Ursachen der Polarisation

Die Gesamtpolarisation P eines Ferroelektrikums, die beim Anlegen eines äußeren Feldes messbar ist, setzt sich aus drei unterschiedlichen Polarisierungseffekten zusammen, die im folgenden kurz erläutert werden sollen.

2.1.1 Elektronenpolarisation

Befindet sich ein Festkörper in einem äußeren elektrischen Feld, so führt dies zur Verschiebung der Elektronenhülle gegen den Atomkern, wodurch ein Dipolmoment entsteht. Die Elektronenpolarisation ist dabei unabhängig von der Temperatur.

2.1.2 Ionenpolarisation

Besteht ein Festkörper aus Ionenkristallen, so werden durch ein äußeres elektrisches Feld die positiven Ionen in Richtung und die negativen Ionen entgegen der Richtung des äußeren Feldes aus ihrer Ruhelage ausgelenkt. Das dadurch entstehende Dipolmoment ist unabhängig von der Temperatur und in erster Näherung linear zum äußeren Feld.

2.1.3 Orientierungspolarisation

In Folge von Asymmetrien in der Kristall- bzw. Molekülstruktur, können in Festkörpern permanente Dipole vorhanden sein. Diese elektrischen Dipolmomente besitzen, wenn sie sich in einem äußeren Feld \vec{E} befinden, eine potentielle Energie U . Die Dipolmomente streben eine Ausrichtung entlang des äußeren Feldes an, da so ihre Energie $U = -\vec{p}\vec{E} = -pE \cos(\theta)$ minimiert wird. Dem entgegen wirkt die thermische Bewegung der Dipole. Aus diesem Grund ist die Orientierungspolarisation stark temperaturabhängig.

2.2 Quantitative Beschreibung der Polarisation

2.2.1 Polarisation mikroskopisch betrachtet

Die Polarisation ist definiert als

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=0}^N \vec{p}_i}{V} \quad (1)$$

Aufgrund der Symmetrie des Kristallgitters gilt $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \dots = \vec{p}_N = \vec{p}$ und die Summe vereinfacht sich zu:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=0}^N \vec{p}_i}{V} = \frac{N\vec{p}}{V} = n\vec{p} = n\alpha\vec{E}_{loc} \quad (2)$$

Das Dipolmoment \vec{p} ist proportional zum lokalen Feld \vec{E}_{loc} , welches auf ein einzelnes Atom wirkt. Es setzt sich zusammen aus dem angelegten äußeren Feld und die Summe aller anderen Dipolfelder.

$$\vec{E}_{loc} = \vec{E}_0 + \sum \text{Dipolfelder} \quad (3)$$

Diese Summe über ca. 10^{23} Terme ist praktisch nicht durchführbar. Zur Lösung des Problems stelle man sich eine Hohlkugel um ein Atom des Festkörpers vor. Das lokale Feld, welches auf dieses Atom wirkt, kann nun vereinfacht dargestellt werden.

$$\vec{E}_{loc} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \quad (4)$$

Durch das äußere Feld \vec{E}_0 entstehen gebundene Ladungen an der Oberfläche der Probe, die zu einem entgegengesetzten Polarisationsfeld $\vec{P} = \vec{E}_1$ führen. Die Dipole auf der Oberfläche des hypothetischen Hohlraums erzeugen das Feld \vec{E}_2 , welches proportional zur Polarisation \vec{P} ist. Die Proportionalitätskonstante ergibt sich aufgrund der Kugelsymmetrie zu $\vec{E}_2 = \frac{1}{3\epsilon_0} \vec{P}$. \vec{E}_3 wird durch Dipole im Inneren des Hohlzylinders erzeugt. Die makroskopischen Felder \vec{E}_1 und \vec{E}_0 können zum Gesamtfeld \vec{E} zusammengefasst werden. Das Feld \vec{E}_3 verschwindet, wenn man eine kubische Symmetrie um das Aufatom annimmt. Damit wird Gleichung (4) zu:

$$\vec{E}_{loc} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad (5)$$

Damit gilt für die Polarisation \vec{P} zu :

$$\vec{P} = \frac{n\alpha\vec{E}}{(1 - \frac{n\alpha}{3\epsilon})} \quad (6)$$

2.2.2 Herleitung der Polarisation aus den Maxwellgleichungen

Gilt für ein Feld in Materie \vec{E} und ein Feld im Vakuum \vec{E}_0 ein linearer Zusammenhang $\vec{E} = \frac{1}{\epsilon}\vec{E}_0 = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0}\vec{D}$ kann die Polarisation \vec{P} wie folgt aus den Maxwellgleichungen hergeleitet werden:

$$\text{div}\vec{D} = \rho_{frei} \quad (7)$$

$$\text{div}\vec{P} = \rho_{geb} \quad (8)$$

$$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (9)$$

Die Polarisartion \vec{P} entsteht durch die gebundenen Ladungen, das dielektrische Feld \vec{D} entsteht durch freie Ladungen und das Gesamtfeld \vec{E} entsteht durch die Summe von gebundener und freier Ladung, so dass für die gesamte Ladungsträgerdichte $\rho = \rho_{frei} - \rho_{geb}$ gilt. Es folgt also:

$$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{frei} - \rho_{geb}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0}\text{div}(\vec{D} - \vec{P}) \quad (10)$$

$$\implies \vec{P} = \vec{D} - \vec{E}\epsilon_0 = \vec{E}\epsilon_0\epsilon - \vec{E}\epsilon_0 = \epsilon_0(\epsilon - 1)\vec{E} = \chi\epsilon_0\vec{E} \quad (11)$$

Die Polarisation \vec{P} ist linear zum Feld \vec{E} . Die Suszeptibilität χ gibt die Reaktion des Materials auf das äußere Feld an und beschreibt somit die Beziehung zwischen den makroskopischen Feldern.

2.3 Ferroelektrika

Als Ferroelektrika werden Stoffe bezeichnet, in Analogie zum Ferromagneten, die bereits ohne angelegtes äußeres elektrisches Feld D eine Polarisation P besitzen. Diese Polarisation wird durch die permanenten elektrischen Dipolmomente innerhalb des Festkörpers hervorgerufen.

2.3.1 Hysterese

Analog zum Ferromagneten können auch Hysteresekurven für Ferroelektrika aufgenommen werden, welche die Polarisation in Abhängigkeit vom dielektrischen Feld \vec{D} angeben.

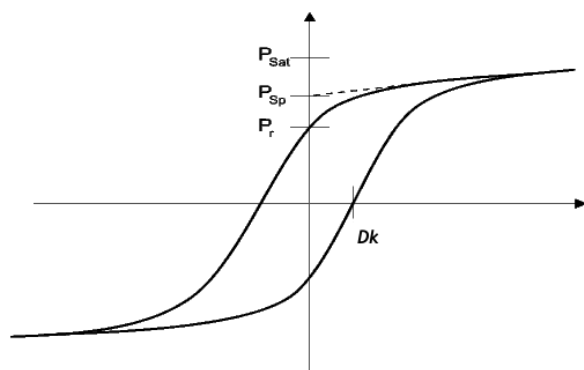


Abbildung 2.1: Hysterese eines Ferroelektrikums

Durch Verunreinigungen und Gitterstörungen, die jeder reale Kristall aufweist, entstehen kleine Bereiche, sogenannte Domänen, in denen die Dipolmomente gleichgerichtet sind. Die Domänen sind bei einem „jungfräulichen“ Ferromagneten statistisch verteilt, sodass ein jungfräulicher Ferromagnet zunächst keine Polarisation aufweist. Ein äußeres Feld bewirkt jedoch ein Umklappen und eine Verschiebung dieser Domänen, sodass eine Nettopolarisation vorhanden ist, die mit dem äußeren Feld anwächst. Ab einer gewissen Feldstärke sind die Dipole aller Domänen gleich ausgerichtet, sodass der Kristall in seiner Gesamtheit nunmehr aus einer Domäne besteht. Aber anders als bei Ferromagneten existiert keine Sättigungsmagnetisierung, sondern die Polarisation nimmt weiter, aufgrund der oben geschilderten Ionenpolarisation, linear mit dem äußeren Feld \vec{E} zu. Wird das äußere Feld \vec{E} nun wieder verringert, bilden sich wieder mehrere Domänen. Wird das äußere Feld abgeschaltet $\vec{E} = 0$ so bleiben einige Domänen trotzdem weiter in Feldrichtung ausgerichtet. Es ist also auch ohne äußeres Feld eine Polarisation des Festkörpers vorhanden, die Remanenzpolarisation \vec{P}_R genannt wird. Die Polarisation innerhalb einer Domäne ohne angelegtes Feld heißt spontane Polarisation \vec{P}_{SP} und ist ebenfalls aus der Hysteresekurve ablesbar. Dazu muss der lineare Teil der Kurve verlängert werden. Der Schnittpunkt mit der y-Achse gibt dann die spontane Polarisation \vec{P}_{SP} an. Soll der Körper wieder entpolarisiert werden, muss ein äußeres Feld in entgegengesetzte Richtung angelegt werden. Die Feldstärke \vec{E}_K für welche die Polarisation wieder verschwindet heißt Koerzitivfeldstärke. Natürlich sind die Hysteresekurven der Ferroelektrika aufgrund der temperaturabhängigen Orientierungspolarisation ebenfalls temperaturabhängig. Ist eine gewisse Temperatur T_C , Curietemperatur oder auch Übergangstemperatur genannt, überschritten existiert keine Spontanpolarisation \vec{P}_{SP} mehr und es sind keine Hysteresen mehr beobachtbar. Die Substanz wird dann als Paraelektrika klassifiziert. Für Phasenübergänge zweiter Ordnung gilt für große ϵ oberhalb der Curietemperatur T_C das Curie-Weiß-Gesetz

$$\epsilon \sim \frac{1}{(T - T_C)} \quad (12)$$

Der Übergang vom Ferroelektrikum zum Paraelektrikum stellt jedoch ein Phasenübergang erster Ordnung dar. In diesem Fall divergiert die die Dielektizitätskonstante nicht bei der Übergangstemperatur T_C , sondern bei einer kleineren Temperatur T_0 .

Für $T = T_0$ ist die Polarisaton ds Bariumtitanats unendlich. Dieser theoretische Fall wird als Polarisationskatastrophe bezeichnet. Praktisch kann dieser Fall nicht eintreten. Denn eine unendliche Polarisaton kann nur durch die Ionenpolarisation entstehen, d.h. die Ionen im Kristallgitter werden immer weiter voneinander getrennt, was letztendlich zu einer Sprengung des Kristalls führen würde. Die Sprengung eines Kristalls durch Anlegen hoher äußerer elektrischer Felder ist jedoch noch nie beobachtet worden, denn die Polarisationskatastrophe wird durch Rückstellkräfte höherer Ordnung verhindert.

2.4 Struktur des Bariumtitanats $BaTiO_3$

Die Kristallstruktur des ferroelektrischen Bariumtitanats entspricht einer kubischen Einheitszelle mit den Ba^{2+} -Ionen auf den Ecken, den O^{2-} -Ionen auf den Flächen und dem Ti^{4+} -Ion zentriert in der Mitte der Zelle.

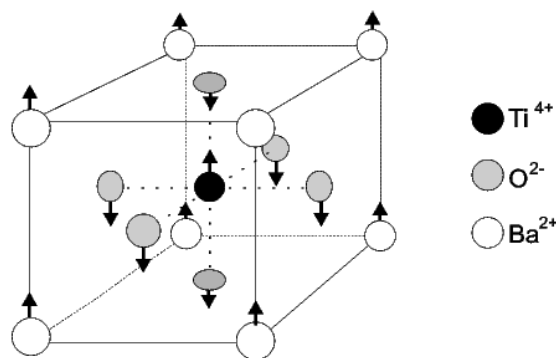


Abbildung 2.2: Kristallstruktur Bariumtitanat

3 Versuchsaufbau

Als Versuchsaufbau dient folgende Schaltung:

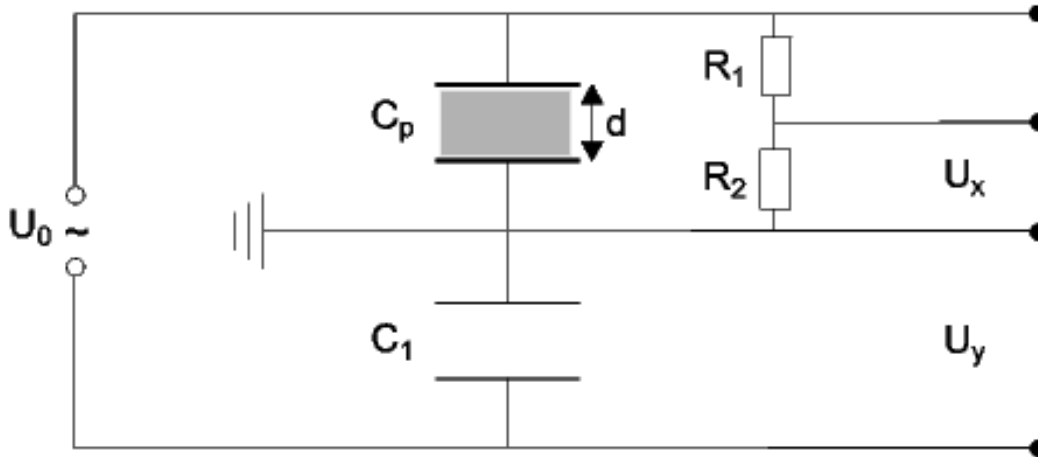


Abbildung 3.1: Versuchsaufbau

Eine 50 Hz frequente Wechselspannung versorgt zwei in Serie geschalteten Kondensatoren gleicher Bauart, d.h. selber Querschnittsfläche $A = \frac{\pi D^2}{4} = 16,62 \text{mm}^2$ und gleichem Plattenabstand $d = 0,5 \text{mm}$ und einer Kapazität $C_1 = 10 \mu\text{F}$ (Angaben nach Versuchsanleitung). Einer der beiden ist mit dem zu untersuchenden Dielektrikum BaTiO_3 gefüllt. Auf beiden Kondensatorplatten befindet sich also zu jeder Zeit die selbe Ladung Q . Gemessen wird die über den Kondensatoren abfallende Spannung. Die über den Kondensator C_1 abfallende Spannung U_y wird sofort abgegriffen, während zur Messung der über C_p abfallende Spannung U_p ein Spannungsteiler benutzt wird. Dies geschieht aus Sicherheitsgründen um starke Stromschläge zu vermeiden. R_1 und R_2 sind so gewählt, dass das Verhältnis $\frac{U_x}{U_p} \sim \frac{100}{1}$ gilt. Die Spannung U_x verhält sich proportional zur Polarisation P und U_p verhält sich proportional zum dielektrischen Feld D .

Zur Untersuchung der Temperaturabhängigkeit des Ferroelektrikums BaTiO_3 wird diese Schaltung in einen Röhrenofen eingeführt. Innerhalb dieses Ofens herrscht ein Temperaturgradient, der zum Einstellen der verschiedenen Temperaturen genutzt wird. Dazu dient ein auf Schienen gelegener und somit verschiebbarer Probenstab in deren Spitze die Schaltung integriert ist. Die Temperaturmessung erfolgt über einem NiCr-Ni-Thermoelement und kann an einem entsprechenden Messgerät abgelesen werden. In einem Oszilloskop wird die Spannung U_x gegen die Spannung U_y aufgetragen und die Hysterese kann somit beobachtet werden.

4 Versuchsdurchführung

Zuerst wird der Ofen auf ca 150°C aufgeheizt und dann abgeschaltet. Dann wird die Probe mittels des Stabes in den Röhrenofen eingeführt. Hat sich die Temperatur der Probe stabilisiert, wird sie langsam aus dem Ofen herausgefahren und sie kühlt wieder ab. Bei unterschiedlichen Temperaturen werden nun aus der Hysterese die zugehörigen Spannungswerte für das Koerzitivfeld U_k , die spontane Polarisation U_{SP} , die remanente Polarisation U_R und der Koordinatenpunkt (U_x^{max}, U_y^{max}) des maximalsten Punkt der gemessenen Hysterese abgelesen. Außerdem sollte die Probe nie wieder in den Ofen zurückgefahren werden, da das Thermoelement die Temperatur der Probe mit einer Verzögerung angibt. Deshalb sollte vor Aufnahme der Messwerte einige Minuten gewartet werden, damit sich ein thermisches Gleichgewicht zwischen Probe und Temperaturfühler einstellen kann und die gemessene Temperatur auch der wirklichen Temperatur der Probe entspricht. Auf diese Weise werden Messpunkte bis zum Erreichen der Raumtemperatur aufgenommen. Danach werden erneut auf dieselbe Weise Messpunkte beim Erhitzen der Probe bis auf 150°C aufgenommen.

5 Versuchsauswertung

Aus den gemessenen Spannungswerten U_K , U_{SP} , U_R , U_x^{max} und U_y^{max} lässt sich auf die Temperaturabhängigkeiten der Dielektrizitätskonstanten $\epsilon(T)$, der spontanen und remanenten Polarisation $P_{sp}(T)$; $P_R(T)$, und des Koerzitivfeldes $D_K(T)$ rückschließen. Für den ungefüllten Kondensator C_1 gilt für das dielektrische Feld $D_1 = \epsilon_0 E_0$ mit $E_0 = \frac{U_y}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{A\epsilon_0}$ mit $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ und damit:

$$D_1 = \frac{Q}{A} = \frac{U_y C}{A} \quad (13)$$

Die beiden Kondensatoren tragen zu allen Zeiten die gleiche Ladung Q und wegen der gleichen Bauart besitzen sie immer die gleiche Flächenladungsdichte $\frac{Q}{A}$ und damit immer das gleiche dielektrische Feld, so dass nach obiger Gleichung und der Beziehung $\epsilon_0 E_p = D_p - P$ gilt:

$$D_p = D_1 = D = \frac{Q}{A} = \frac{U_y C}{A} = \epsilon_0 E_p - P \implies P = \epsilon_0 E_p - \frac{U_y C}{A} \quad (14)$$

Für die remanente und spontane Polarisation gilt $D=0$ und sie berechnen sich gemäß Gleichung $\epsilon_0 E_p = D - P$

$$P = -\epsilon_0 E_p = -\frac{U_p \epsilon_0}{d} = -\frac{C \cdot 100 \cdot U_x}{A} \quad (15)$$

Das Minuszeichen gibt an, dass das Polarisationsfeld P antiparallel zum Gesamtfeld E verläuft, da die gebundene Ladungsträgerdichte stets kleiner als die freie Ladungsträgerdichte ist.

Damit gilt für die remanente und spontane Polarisation:

$$P_R = \frac{C \cdot 100 \cdot U_R}{A} \quad (16)$$

$$P_{SP} = \frac{C \cdot 100 \cdot U_{SP}}{A} \quad (17)$$

Für das Koerzitivfeld D_K , d.h $P=0$:

$$D_K = \frac{U_K C}{A} \quad (18)$$

Um ϵ aus den Messdaten zu erhalten geht man wieder von $\epsilon_0 E_p = D_p - P$ aus. Dabei teilt man die Polarsation P in einen linearen Anteil P_{lin} und einen Anteil P_{ferro} auf. P_{lin} beschreibt das Verhalten eines Ferroelektrikas, welches nur eine einzelne Domäne besitzt. Denn die Ionenpolarisation nimmt linear mit dem äußeren Feld D zu (s. Abschnitt 2.1.2). Mit P_{ferro} werden alle anderen Polarisierungseffekte berücksichtigt. Nach Gleichung (11) folgt:

$$D = \epsilon_0 E_p + P = \epsilon_0 E_p + P_{lin} + P_{ferro} = \epsilon_0 E_p + \epsilon_0(\epsilon - 1)E_p + P_{ferro} = \epsilon_0 \epsilon E_p + P_{ferro} \quad (19)$$

Setzt man nun die Beziehung (13) für D ein so ergibt sich der lineare Zusammenhang zwischen der am Kondensator C_1 abfallenden Spannung U_y und der am Kondensator C_p abfallenden Spannung $U_p = 100 \cdot U_x$

$$U_y = \frac{A}{C} \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon 100 \cdot U_x}{d} + P_{ferro} \right) \quad (20)$$

Die Dielektrizitätskonstante kann also aus der Steigung des linearen Anteils der Hysteresekurve bestimmt werden und ϵ kann mittels der zwei-Punkte-Formel berechnet werden.

$$\epsilon = \frac{(U_y^{max} - U_{SP})Cd}{100 \cdot U_x^{max} A \epsilon_0} \quad (21)$$

Aus den Messdaten zu verschiedenen Temperaturen werden nun die gesuchten Größen nach den obigen Formeln bestimmt. In einem Diagramm wird die jeweilige Größe gegen die Temperatur aufgetragen.

Auf diese Weise erhält man folgende Graphen.

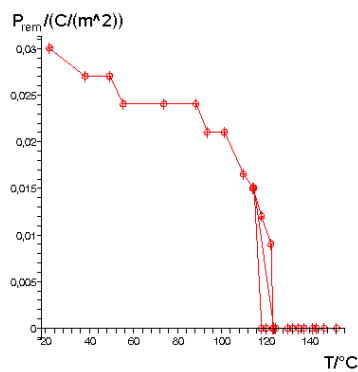


Abbildung 5.1: Temperaturabhängigkeit der Remanenzpolarisation beim Erhitzen

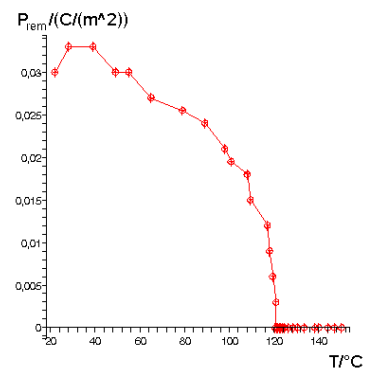


Abbildung 5.2: Temperaturabhängigkeit der Remanenzpolarisation beim Abkühlen

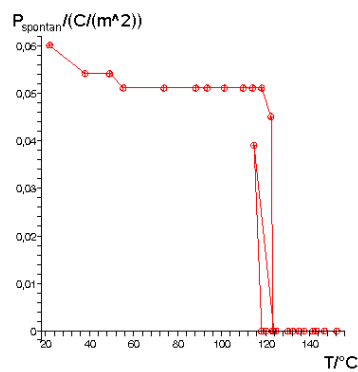


Abbildung 5.3: Temperaturabhängigkeit der spontanen Polarisation beim Erhitzen

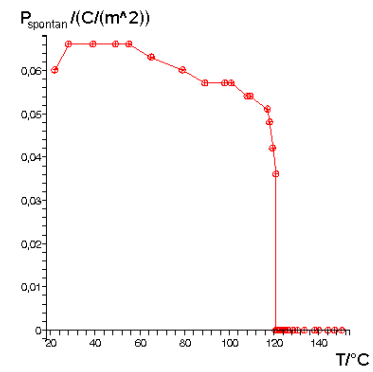


Abbildung 5.4: Temperaturabhängigkeit der spontanen Polarisation beim Abkühlen

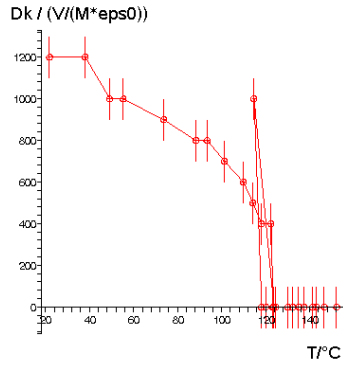


Abbildung 5.5: Temperaturabhängigkeit des Koerzitivfeldes beim Erhitzen

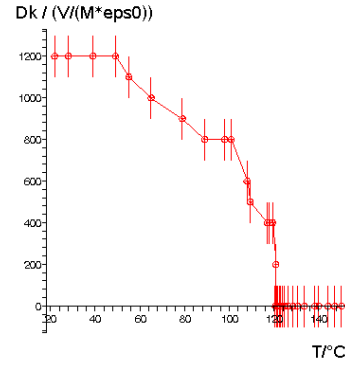


Abbildung 5.6: Temperaturabhängigkeit des Koerzitivfeldes beim Abkühlen

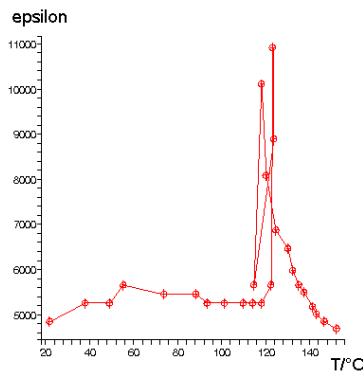


Abbildung 5.7: Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten beim Erhitzen

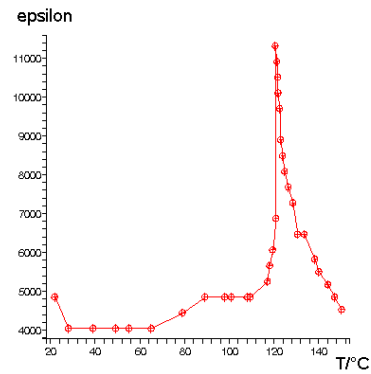


Abbildung 5.8: Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten beim Abkühlen

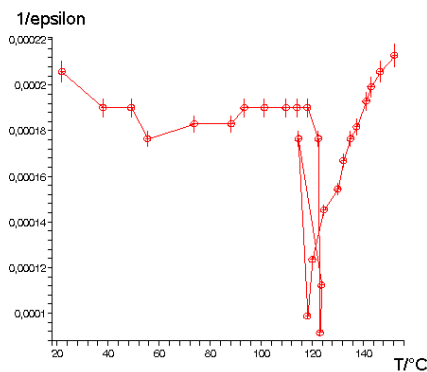


Abbildung 5.9: Temperaturabhängigkeit der inversen Dielektrizitätskonstanten beim Erhitzen

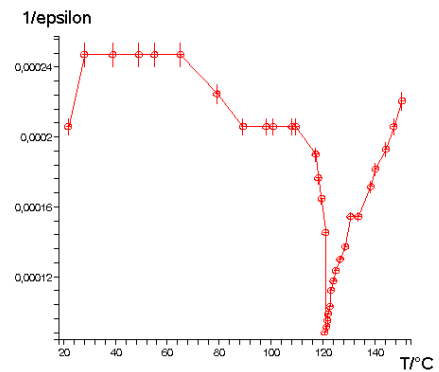


Abbildung 5.10: Temperaturabhängigkeit der inversen Dielektrizitätskonstanten beim Abkühlen

Die Kurven die beim Erhitzen der Probe aufgenommen sind, haben im Bereich der Sprungtemperatur starke Ausreißer. Denn kurz nach der Sprungtemperatur von 120° war die Temperatur des Ofens nicht mehr ausreichend um die Messung fortzuführen, so dass der Ofen erneut in Betrieb genommen werden musste. Dies führte dazu, dass das Temperaturgefälle im Ofen sehr stark war und somit die Probe sich zu schnell erhitze. Es konnte sich somit kein

thermodynamisches Gleichgewicht zwischen Probe und Temperatursensor einstellen, sodass die gemessene Temperatur nicht der Proben­temperatur entsprach. Der Phasensprung wurde also beim Erhitzen deutlich vor 120°C beobachtet. Weil wir kurz vor der Sprungtemperatur durch diesen Zwischenfall unterbrochen wurden, setzten wir die Messung bei ungefähr 114°C erneut an. In die Graphen wurden aber alle Messdaten aufgenommen. Aus diesem Grund ist in allen Graphen ein Phasenübergang bei ca. 120°C und 117°C zu erkennen, begründend durch zwei Durchläufe im Temperaturintervall $[116^{\circ}\text{C}, 120^{\circ}\text{C}]$.

Die Graphen entsprechen der Erwartung. Die remanente und die spontane Polarisation nehmen mit steigender Temperatur abrupt ab, da sich die Dipolmomente, wegen der wachsenden thermodynamischen Unordnung, immer schwerer gleich ausrichten können. Ab einer gewissen Temperatur gelingt ihnen das überhaupt nicht mehr und die Remanenz- bzw. die Spontanpolarisation verschwindet. Auf gleiche Weise verhält sich das Koerzitivfeld D_K , denn je größer die Remanenzpolarisation ist desto höher muss auch das äußere Gegenfeld angelegt werden, um die Probe zu entelektrisieren. Im paraelektrischen Bereich, d.h. $T > T_C$ folgt die Dielektrizitätskonstante dem korrespondierenden Curie-Weiß-Gesetz, siehe Gleichung (12). Um dieses Verhalten besser zu erkennen wird in einer weiteren Grafik nur dieser Temperaturbereich betrachtet und nochmals $\frac{1}{\epsilon}$ gegen die Temperatur aufgetragen um den lineareren Verlauf besser zu analysieren.

Im nächsten Schritt wird nun durch den linearen Anteil eine Regression durchgeführt und die Regressionsgerade verlängert. Der Übergang von Bariumtitanat vom Ferroelektrika zum Paraelektrika ist ein Phasenübergang erster Ordnung. Für Phasenübergänge erster Ordnung ist dieser x-Achsenabschnitt, anders als bei Phasenübergängen zweiter Ordnung, nicht gleich der Übergangstemperatur T_C . Bei der Temperatur T_0 verhält sich die Dielektrizitätskonstante $\epsilon \sim \frac{1}{T-T_0}$ theoretisch singular. Bei reinen Kristallen liegt diese Temperatur T_0 unterhalb der Übergangstemperatur T_C . Mittels linearer Regression wurde diese Temperatur T_0 mit Fehler bestimmt.

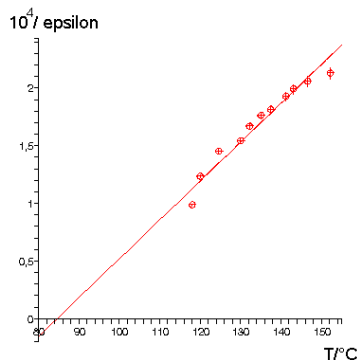


Abbildung 5.11: Temperaturabhängigkeit der Remanenzpolarisation beim Erhitzen

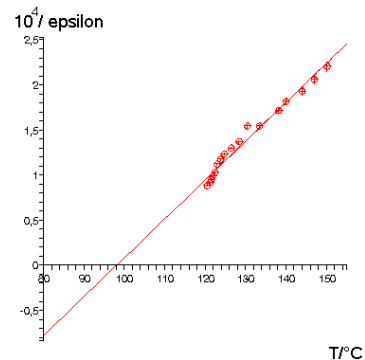


Abbildung 5.12: Temperaturabhängigkeit der Remanenzpolarisation beim Abkühlen

Die Lineare Regression liefert die Steigung m und y-Achsenabschnitt n der Regressionsgeraden $\frac{1}{\epsilon} = mT + n$. Die Geradenanpassung liefert ein gutes $\frac{\chi^2}{\text{Freiheitsgrad}}$ von ungefähr 2,5 bzw 1,3. Die Fehler sind also vernünftig eingeschätzt. Die gesuchte Größe ist gleich $T_0 = \frac{-n}{m}$. Durch Fehlerfortpflanzung werden die aus der linearen Regression erhaltenen Fehler auf Steigung m und y-Achsenabschnitt n fortgepflanzt und man erhält somit den Fehler auf die Singularitätstemperatur T_0 . Wir haben T_0 auf diese Weise für den Abkühlprozess zu $T_0 = (97, 88 \pm 5, 82)^{\circ}\text{C}$ und für die Erwärmung zu $T_0 = (84, 38 \pm 6, 84)^{\circ}\text{C}$ bestimmt.

	Erhitzen	Abkühlen
Werteanzahl	11	17
χ^2	27,95	25,95
$m / (1/^\circ\text{C})$	3,37E-002	4,31E-002
$\sigma_m / (1/^\circ\text{C})$	1,47E-003	1,55E-003
n	-2,84E+00	-4,22E+00
σ_n	1,94E-001	2,00E-001
$T_0 / ^\circ\text{C}$	84,38	97,88
$\sigma_{T_0} / ^\circ\text{C}$	6,84	5,82

Tabelle 5.1: Lineare Regression zur Bestimmung von T_0

Die Ergebnisse der linearen Regression sind in Tabelle (5.1) aufgeführt.

Der Phasenübergang wird aber immer noch durch die Übergangstemperatur T_C charakterisiert. Oberhalb der Temperatur verhält sich Bariumtitanat para- und unterhalb ferroelektrisch. Diese bestimmen wir anhand der Temperaturabhängigkeit der spontanen Polarisation. Die Temperatur, ab welcher keine spontane Polarisation mehr messbar ist, gibt die Übergangstemperatur an. Für das Abkühlen haben wir T_C zu $124,6^\circ\text{C}$ und für das Erhitzen zu $120,5^\circ\text{C}$ ermittelt. Als Ergebnis wird der Mittelwert dieser beiden Messungen gebildet. Als Ergebnis erhalten wir die Übergangstemperatur $T_C = (122,55 \pm 2,9)^\circ\text{C}$. Diese Ergebnisse sind in Tabelle (5.2) wiedergegeben.

	Wert
M1 $T_C / ^\circ\text{C}$	120,5
M2 $T_C / ^\circ\text{C}$	124,6
$\hat{T}_C / ^\circ\text{C}$	122,55
$\sigma_{T_C} / ^\circ\text{C}$	2,9

Tabelle 5.2: Bestimmung der Curietemperatur